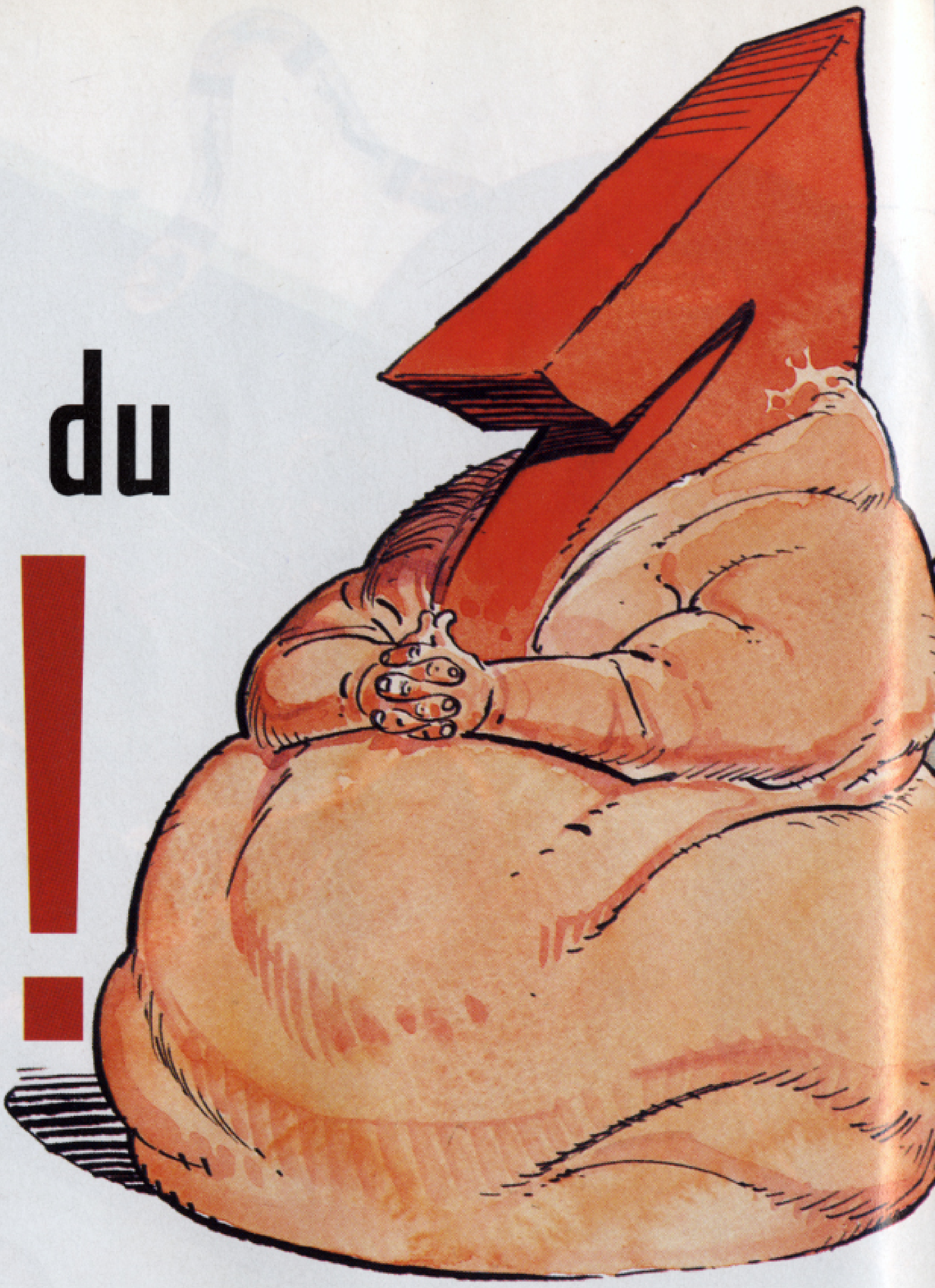
Fraudeurs, méfiez-vous du 6 !



ILLUSTRATIONS : FRANÇOIS BOUCQ

Véronique Parasote

Les nombres ont leurs chiffres préférés ! Si, si : ils aiment mieux **COMMENCER PAR LES PETITS** *(1, 2, 3...) que par les grands (7, 8, 9). Seuls les tricheurs préfèrent le 6. Non, ce n'est pas la blague de l'été.*

Prenez un atlas et choisissez au hasard un fleuve ou une rivière. Sa longueur a-t-elle plus de chance de commencer par 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ou 9 ? Facile ! Raisonnez-vous in petto : le bon sens et quelques notions mathématiques vous font dire qu'évidemment ils ont tous la même probabilité d'apparaître comme premier chiffre. Car il n'y a aucune raison que le hasard favorise une rivière de 62 km plus qu'un fleuve de 1042 km, 2390 km ou 983 km..., Mais c'est une erreur ! La longueur de ce cours d'eau a plus de chance de commencer par un petit chiffre significatif **(ZOOM)** parce que dans la plupart des listes de nombres (les cours de la Bourse, la longueur des torrents kenyans, les statistiques de la coupe du monde de football ou les données du dernier recensement, etc.), il y a plus de nombres commençant par 1 que par 2, par 2 que par 3, et ainsi de suite...

La découverte de cette entorse à la raison remonte au siècle dernier. Faute de calculatrices, chaque bibliothèque scientifique possède alors des exemplaires de tables de logarithme. Des livres indispensables aux savants, car la fonction logarithme intervient dans de nombreuses lois physiques, comme celles qui permettent de calculer les caractéristiques des métaux ou propriétés différentes de la glace, de l'eau et de la vapeur d'eau, par exemple. Il leur est donc fort pratique d'avoir dans des tableaux toutes les solutions de cette fonction. S'y retrouver est fort simple : les premières pages rassemblent les résultats commençant par 1, les suivantes les résultats commençant par 2, etc.

MYSTÉRIEUSE LOI

En 1881, l'astronome et mathématicien américain Simon Newcomb remarque que toutes les tables de logarithme qu'il trouve dans les bibliothèques ont un point commun : les premières pages, correspondant aux petits chiffres, sont plus sales que les pages correspondant aux grands chiffres. Pourquoi ? Il ne voit qu'une explication : les scientifiques travaillent plus souvent avec des nombres commençant par 1 que par 2, plus souvent avec des nombres

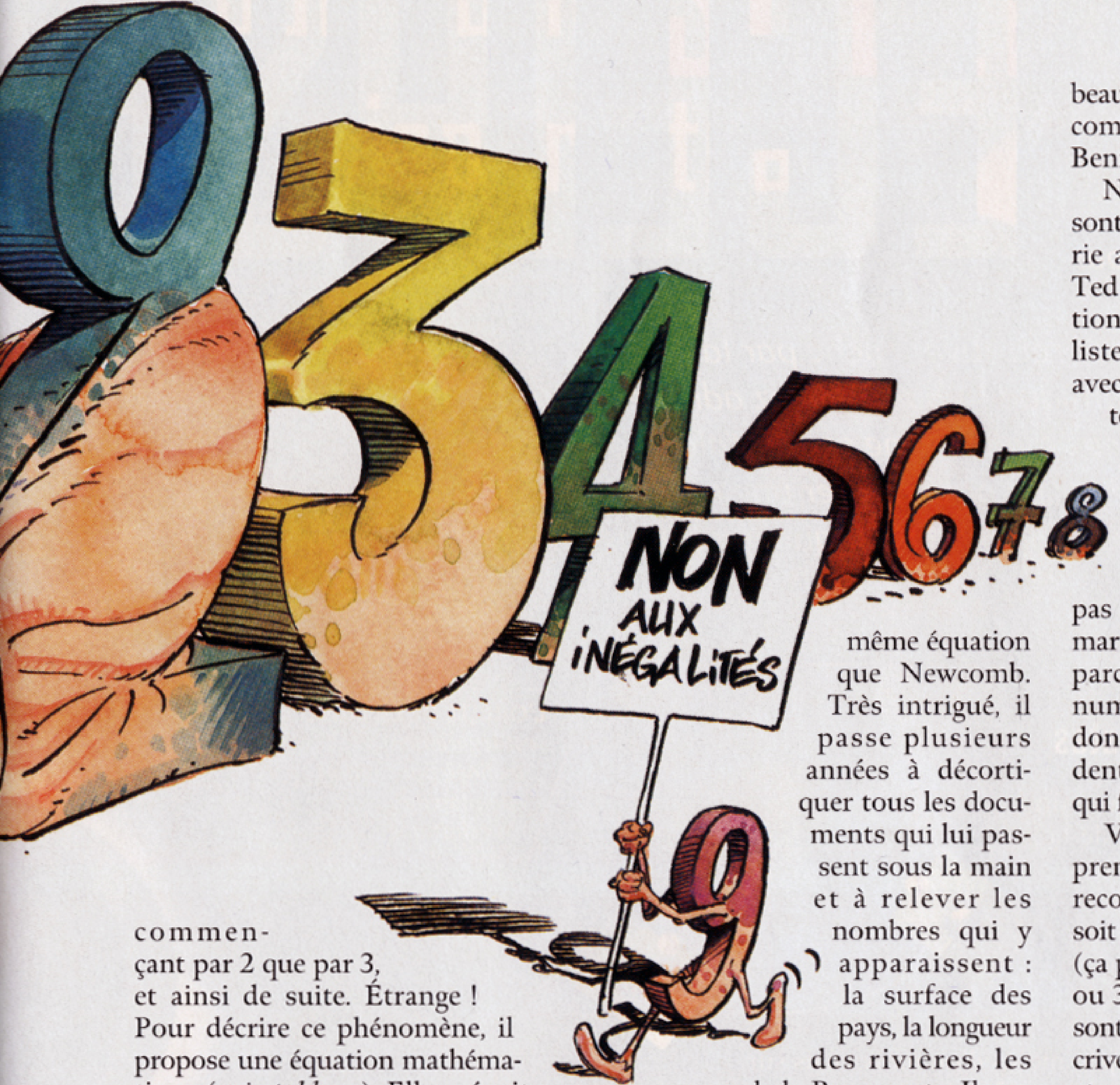
ZOOM

On appelle premier chiffre significatif d'un nombre son premier chiffre différent de zéro. Par exemple, 32 peut s'écrire de plusieurs façons : 032, 0032 ou $0{,}32.10^2$... mais quelle que soit la façon de l'écrire, le premier chiffre significatif reste 3.

LES PRÉVISIONS DE LA LOI DE BENFORD

Total des nombres commençant par 1, 2, 3,... 8 et 9 dans une liste de 1000 nombres. La probabilité (p) que a (a = 1, 2,..., 9) soit le premier chiffre significatif est calculée d'après l'équation $p = \log_{10}(1 + 1/a)$.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
/1000	301	176	125	97	79	67	58	51	46
Votre décompte									



commen-
çant par 2 que par 3, et ainsi de suite. Étrange ! Pour décrire ce phénomène, il propose une équation mathématique (*voir tableau*). Elle prévoit que le premier chiffre significatif d'un nombre pris au hasard dans une liste a une chance sur trois d'être un 1 mais seulement une chance sur vingt d'être un 9. Il publie sa découverte... mais peu de gens s'y intéressent.

Cinquante-sept ans plus tard, le physicien Franck Benford refait la même observation et retrouve la même équation que Newcomb. Très intrigué, il passe plusieurs années à décortiquer tous les documents qui lui passent sous la main et à relever les nombres qui y apparaissent : la surface des pays, la longueur des rivières, les cours de la Bourse, etc. Il rassemble ainsi 2 029 inventaires. Il classe toutes les données et compte combien de nombres commencent par 1, puis 2, puis 3... Pratiquement à chaque fois, « il y a plus de nombres qui commencent par 1 que par 2, par 2 que par 3, par 3 que par 4, etc. » Il publie ses résultats en 1938, dans un article qui a la chance d'intéresser beaucoup plus de lecteurs que Newcomb... et la loi devient « la loi de Benford » (le monde est injuste !).

Nombre de mathématiciens se sont cassé les dents sur cette bizarrerie arithmétique. Seul l'Américain Ted Hill a proposé une démonstration. En tout cas, les exemples de listes de nombres qui concordent avec cette loi se multiplient. Rajoutons, pour être honnête, qu'il y a aussi quelques cas où la loi ne s'applique pas du tout. Les résultats des jeux de pur hasard, par exemple, comme le Loto, n'y obéissent absolument pas (dommage pour les amateurs de martingales !). Ou encore l'annuaire, parce que les premiers chiffres des numéros de téléphone ne sont pas donnés au hasard, mais correspondent à des zones géographiques, ce qui fausse les données.

Vous n'êtes pas convaincu ? Alors prenez un magazine ou un livre et recopiez trente nombres, quel que soit le nombre de chiffres qu'ils aient (ça peut être 1 F, 3 000 manifestants ou 37,2 °C) en évitant les 0, qui ne sont pas des chiffres significatifs. Inscrivez vos résultats dans le tableau... et comparez à ce que prévoit la loi. Même si la liste que vous avez extraite des journaux n'est pas très très proche de la loi de Benford, vous avez sans doute obtenu plus de nombres commençant par des petits chiffres que par des grands. Si le cœur vous en dit, recommencez en convertissant les francs en euros, les kilomètres en pouces, les mètres carrés en arpents... Ça marche encore !

Ça marche tellement bien que l'administration américaine utilise cette incongruité pour repérer les fraudeurs ! Il suffit de prendre des nombres au hasard dans la comptabilité des sociétés et de vérifier qu'ils concordent avec la loi de Benford. Sinon, contrôle fiscal ! Et comment se trahissent les comptables sans scrupules ? Il y a toujours beaucoup trop de 5 et de 6 (peut-être parce que ce sont les « chiffres du milieu ») mais jamais assez de 1. Maintenant, vous êtes averti !